

Αν για την συνάρτηση f ισχύει,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 4}{\sqrt{f(x)} + 2} = 1$$

να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Λύση

Θέτω

$$g(x) = \frac{f(x) - 4}{\sqrt{f(x)} + 2}$$

$$g(x) = \frac{(f(x) - 4)(\sqrt{f(x)} - 2)}{(\sqrt{f(x)} + 2)(\sqrt{f(x)} - 2)}$$

$$g(x) = \frac{\cancel{(f(x) - 4)}(\sqrt{f(x)} - 2)}{\cancel{f(x) - 4}}$$

$$g(x) = \sqrt{f(x)} - 2 \quad \Leftrightarrow$$

$$g(x) + 2 = \sqrt{f(x)} \quad \Rightarrow$$

$$f(x) = (g(x) + 2)^2 \quad \textcircled{1}$$

αωω σποδισήν $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 4}{\sqrt{f(x)} + 2} = 1$

εωδιδή $g(x) = \frac{f(x) - 4}{\sqrt{f(x)} + 2}$ εχούσι σί

κεί $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1 \quad \textcircled{2}$

οωωε

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \stackrel{\textcircled{1}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} (g(x)+2)^2 \stackrel{\textcircled{1}}{=} (1+2)^2 = 3^2 = 9$$

Τέλος $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 9$